Les univers de Conway

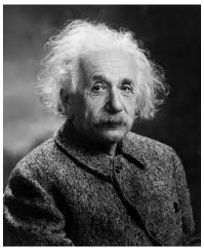
Jacky CRESSON

(Université de Pau et des Pays de l'Adour)

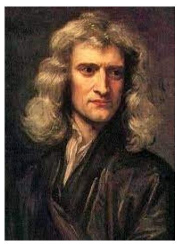
L'Univers fait rêver. Ce simple mot nous fait imaginer galaxies, trous noirs et autres objets fascinants. Les théories physiques qui sont à la base de notre compréhension du monde sont souvent ardues et il est difficile de toucher des questions profondes sans faire appel à des mathématiques avancées. C'est pourtant ce que nous allons faire à l'aide d'un petit modèle mathématique à la portée de tous[1]. Le problème qui va nous occuper est le suivant : est-il raisonnable de chercher les lois de notre univers ? Cette question est en fait double. Est-il raisonnable de penser qu'il y a des lois ? Si ces lois existent, est-il possible de les trouver ? Nous répondrons à la première question en citant quelques physiciens et mathématiciens célèbres et nous préciserons la notion de loi de la nature que nous utiliserons. La seconde question semble hors de portée. En suivant les idées de Stephen Hawking, nous allons étudier cette question sur des univers plus « simples » appelés dans la suite « univers de Conway ». Ils correspondent à une interprétation du *jeu de la vie* inventé par le mathématicien britannique John Horton Conway lorsqu'il cherchait un ensemble de lois simples permettant l'existence d'objets s'auto-répliquants, simplifiant ainsi des travaux du mathématicien Hongrois John Von Neumann dans les années 1940. Ce jeu n'en a que le nom puisqu' il n'y a pas de joueurs mais un ensemble de lois créant ainsi un univers.

1. Les lois de la nature

Existe-t-il des lois de la nature ? Poser cette question n'a rien d'anodin mais semble correspondre à notre façon d'approcher le monde. Pour le mathématicien Emile Borel, « il parait incontestable qu'au point de vue pratique...la croyance en ces lois est pour nous une nécessité: nous ne pourrions pas nous endormir si nous n'étions pas assurés que le soleil se lèvera demain. De même, on concevrait difficilement l'existence d'un homme, qui lâchant une pierre au-dessus de son pied, ne s'attendrait pas à la voir tomber et à avoir le pied écrasé." On présuppose en quelque sorte que le monde qui nous entoure est compréhensible et que certaines règles, certes cachées, permettent de l'approcher et de soulever le voile du mystère. Pour Albert Einstein, cette attitude est une sorte de « religiosité cosmique » et « la recherche des lois élémentaires...à partir desquelles, par pure déduction, on peut acquérir l'image du monde » constitue la « tâche suprême du physicien ».



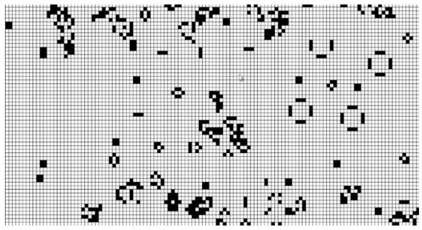
Mais qu'est-ce qu'une loi de la nature ? Sans rentrer dans toutes les difficultés portées par une définition, disons qu'une loi permet de faire un lien de cause à effet entre une certaine disposition de l'univers et un phénomène observé. Pour atteindre le statut de loi de la Nature, la règle obtenue doit être universelle, aussi bien en temps qu'en espace. L'exemple de la gravitation de Newton permet d'expliquer ces deux nécessités : la gravitation de Newton fut d'abord observée sur Terre. A différents moments, elle possédait les mêmes propriétés. On supposa donc qu'elle était universelle en temps. L'observation du cheminement des planètes puis des étoiles doubles montra que la théorie permettait encore d'expliquer des phénomènes au niveau de notre

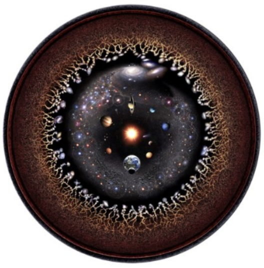


1 Cet article résume une activité menée auprès d'élèves de collèges, lycées (dans le cadre de Maths en Jeans) et de professeurs du secondaire (dans le cadre d'une formation de la Maison pour la Science en Aquitaine).

système solaire, mais aussi à des années lumières d'ici. Le caractère universel de la loi pouvait alors être supposé. La gravitation devenait alors une loi de la nature.
Une fois convaincu que ces lois existent, il faut encore les trouver. Nous allons donc discuter de la possibilité d'obtenir ces lois par l'observation sur des univers particuliers : les univers de Conway.

2 – Les univers de Conway





Les univers de Conway ont tous la même apparence. L'univers est constitué d'une grille rectangulaire finie. A un instant donné, les « cases » de la grille peuvent être de deux natures que nous appellerons vide (case blanche) ou matérielle (case noire). Il faut noter qu'on ne sait pas a priori si la grille représente la totalité de l'univers qui est observé ou simplement sa partie observable. Cette question reviendra plus tard au moment d'interpréter les résultats de nos observations. Notre univers par exemple, possède un horizon d'observabilité appelé horizon cosmologique qui correspond à ce qu'il est possible de voir d'un point situé sur Terre.

Les univers de Conway possèdent une dynamique. Ils évoluent suivant des lois fixées et en nombre fini qui modifient l'aspect de la grille. Pour observer cette dynamique, on part d'une distribution de matière initiale et on applique les lois à la grille. On obtient une nouvelle grille qui sera considérée comme l'évolution dans le temps de cette distribution. Ces lois ne nous sont pas connues. Nous avons seulement accès à l'évolution de distributions données via un simulateur[2]. Cette évolution est a priori discrète dans le sens où on peut compter le nombre d'étapes d'évolutions effectuées mais le fait de ne percevoir que des configurations successives veut-il dire que l'univers observé ne peut pas par ailleurs avoir une évolution continue ? On se retrouve ici dans une situation inverse à notre univers qui nous incite à une vision continue du temps et de l'espace. Pourtant, le dilemme « continu ou discontinu » est bel et bien présent dans les théories actuelles essayant de « faire venir à la rencontre l'une de l'autre » suivant les mots de Louis de Broglie le point de vue des ondes et des corpuscules ce qui a conduit certains à proposer des approches purement discrètes telle que celle de Tullio Regge où l'espace-temps est un polyèdre quadridimensionnel.

Notre rôle est donc celui d'un observateur d'un univers de Conway donné. Pour mesurer le chemin parcouru par l'humanité entre sa découverte du monde et les théories physiques actuelles, nous allons procéder en deux étapes. Dans un premier temps, nous observerons des dynamiques spécifiques mises à disposition. Nous pourrons observer ces dynamiques autant de fois que l'on voudra mais nous n'aurons pas la possibilité de faire des modifications de la situation initiale. Dans un second temps, nous laisserons aux observateurs la possibilité de faire une expérience, c'est à dire de choisir une configuration initiale et d'étudier son évolution. Ce sera la mise en place de la méthode expérimentale suivant ainsi les pas de Galilée.

3 – Premières observations de l'univers

2 https://copy.sh/life/

Nous observons donc des évolutions dans notre univers avec une répartition initiale de matière[3]. Ces évolutions font apparaître des agrégats de matière que nous appellerons des « entités » qui vont nous interpeler. Certaines par exemple vont disparaître plus ou moins rapidement, d'autres ne bougent pas ou se modifient en passant par différentes configurations avant de revenir à leur forme initiale et d'autres enfin sont si complexes que nous ne savons pas quoi regarder exactement. Cette[4] richesse de l'univers nous conduit à fixer notre attention sur des entités de complexité modérée. Par exemple, on observe les évolutions suivantes :

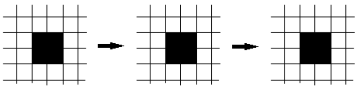


Figure 1

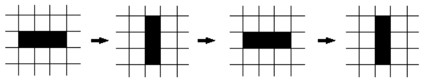
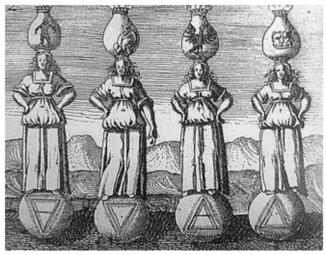


Figure 2

Il est tentant de donner un nom à ces deux évolutions : un bloc pour le premier et un « oscillateur » pour le second. Ce faisant on identifie inconsciemment la barre horizontale et la barre verticale et l'évolution entre ces deux configurations est vue comme un mouvement de la première. Pour autant, si pour le premier on peut supposer, puisque les cases sont les mêmes, que le bloc à l'étape suivante est bien le « même » objet, que dire de la seconde situation ? Les cases ont changé. Est-ce le même objet qui s'est déplacé sur la grille ? L'hypothèse semble pertinente car la forme intermédiaire est la même que la forme initiale mais a simplement opéré une rotation et possède une case commune. Cette identification entre les deux barres nécessite donc d'introduire le concept de « mouvement » qui permet de relier formellement la barre verticale et horizontale. Pourtant, comme le remarque Erwin Schrödinger dans le cas de l'observation des particules comme l'électron, « même si on observe une particule similaire un très court instant après à un endroit très proche du premier, et même si on a toutes les raisons de supposer une connexion causale entre la première et la seconde observation, l'affirmation selon laquelle c'est la même particule qui a été observée dans les deux cas n'a aucune signification vraie, dépourvue d'ambiguïté ». Or, jusqu'à la fin du XIXème siècle, cette question de l'individualité des particules était depuis Démocrite une évidence.

Ces premières observations vont donc amener les observateurs à désigner par des mots certains « objets », ayant des statuts différents : certains sont fixes comme le bloc et d'autres bougent comme l'oscillateur et des concepts comme celui de mouvement. On a donc une classification des objets qui permet d'organiser l'observation d'un univers de Conway un peu comme la classification des formes entre êtres animés ou inanimés par les philosophes grecs de l'antiquité. Les lois de comportement que l'on a mises sur ces entités (le bloc est immobile, la barre oscille, etc) permettent d'ébaucher un début de théorie physique. Comme le remarque Stephen Hawking, ces lois rudimentaires impliquent des entités et des concepts qui n'ont, comme nous le verrons, pas de réalité dans les lois élémentaires de notre univers. Cette étape de mise en forme des observations ressemble fort à l'introduction des quatre éléments (air,feu,terre,eau) et à la description de leur interaction par le philosophe grec Empédocle au Xème siècle avant J.C complétée par Aristote.



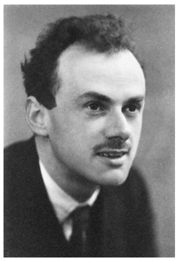
4 - L'âge des expériences

Dans une deuxième phase, nous donnons la possibilité aux observateurs de faire des expériences, c'est à dire de placer des cases matérielles où ils veulent sur la grille. C'est une période enthousiasmante car chacun se voit découvrir les lois du monde qu'il observe. La possibilité

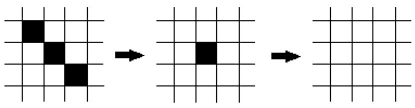
3 Dans https://copy.sh/life/ sélectionner randomize et appuyer sur run
4

d’expérimenter va être exploitée différemment par les observateurs. On note par exemple que bien souvent l’expérimentation n’est pas réfléchie ou organisée et beaucoup vont tester des formes variées sans suite logique. Voyant que cela ne les aide pas à découvrir de règles, ils vont progressivement se rapprocher de la méthode scientifique en conduisant des expériences pensées. C’est une réflexion sur les structures à nombre de cases fixées qui va ensuite s’imposer : formes ayant 1, puis 2, puis 3, etc cases matérielles et évolution de ces formes. La case matérielle et son comportement vont donc devenir un objet essentiel. C’est la phase de réduction des propriétés des objets à leur constituant élémentaire (la case matérielle).

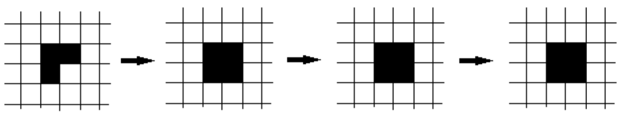
Très vite la première loi émerge : une case matérielle isolée, c’est à dire qui n’a aucune case matérielle autour d’elle, disparaît. Lors de la formulation de cette loi, il convient alors de demander comment elle a été obtenue. Souvent c’est simplement l’essai d’une case prise au hasard sur la grille qui a conduit à la loi. Or, il faut noter que cela ne permet pas de donner le statut de loi à cette observation. Pour cela il faut s’assurer qu’en chaque point de l’univers, la loi est respectée. La démarche qui est utilisée est alors la suivante : on teste la validité de la loi en plusieurs endroits de l’univers accessibles. Si la loi est respectée alors on suppose qu’elle est valable en tout point de l’univers, exactement comme nous le faisons en physique. Une fois l’universalité spatiale réglée, il faut aussi étudier l’universalité temporelle. Bien entendu, on peut observer de longues évolutions d’une configuration mais l’éternité c’est long ! On fait donc en l’absence de violation de notre loi l’hypothèse qu’elle sera toujours valable. Cette stabilité des lois physiques au cours du temps est fondamentale et ne fut remise en question que rarement notamment par Paul Adrien Dirac qui proposa que les constantes fondamentales des lois puissent fluctuer dans le temps. Nous avons donc construit une première loi de notre univers de Conway !



Les configurations de deux cases vont modifier notre première loi en modifiant sa formulation : une case matérielle possédant moins d’une case matérielle voisine produit une case vide. On voit que pour une case matérielle M le nombre de cases matérielles voisines (les 8 cases qui l’entourent) que nous noterons V(M) est important. Notre loi va toutefois se révéler insuffisante pour expliquer les observations d’entités à trois cases matérielles. Par exemple, l’évolution suivante



ne peut s’expliquer qu’au prix d’une modification de notre loi: une case matérielle M persiste si V(M)=2 et disparaît si V(M) =0 ou 1. Cette modification n’est toutefois pas suffisante pour expliquer l’observation

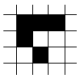


En effet, notre loi prévoit la stabilité de la forme initiale, mais pas la création de la case matérielle. Nous devons donc aussi énoncer une loi sur les cases vides (loi 2) : Soit E une case vide et V(E) le nombre de case matérielles voisines de E. Si V(E)=3 alors la case devient matérielle. Cette loi sur les cases vides nous pousse à une étude systématique du comportement d’une case vide en fonction de la nature des cases voisines. La version complète de la **loi 2** qui s’impose est alors la suivante : *soit E une case vide, alors E devient matérielle si V(E)=3 et reste vide sinon*. Cette stratégie est alors adaptée aux cases matérielles. On montre que la formulation complète de la **loi 1** est : *soit M une case matérielle, alors M persiste si V(M)=2 ou 3 et disparaît sinon*.
Ces deux lois semblent suffisantes pour expliquer les phénomènes observés. Une question se pose alors : avons nous récupéré toutes les lois de notre univers ? En fait, pas tout à fait. Toutes les

expériences précédentes se sont faites loin du bord de la grille pour ne pas être dans une situation atypique. Or, ce bord de l'univers va nous réserver quelques surprises.

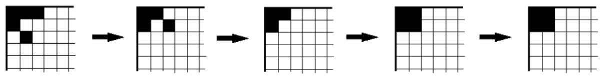
5- La topologie des univers de Conway

Il existe différentes variantes des univers de Conway qu'il est intéressant d'observer et qui toutes reposent sur un changement de comportement sur le bord de l'univers observable. Une façon de le voir est de considérer un « objet » qui se déplace sur la grille jusqu'à atteindre le bord. Il en existe plusieurs mais nous allons considérer le plus simple qui s'appelle un «planeur » et qui est donné par



Cet objet traverse la grille en diagonale et atteint donc un des quatre bords suivant la configuration initiale. Voici trois types de comportements au bord de la grille.

Type I. On observe l'évolution suivante :

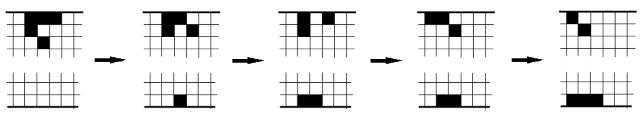


C'est le cas le plus simple. Il n'y a pas de conflit avec les lois que nous avons mises en évidence. Notre univers de Conway semble être fini et représenté par cette grille.

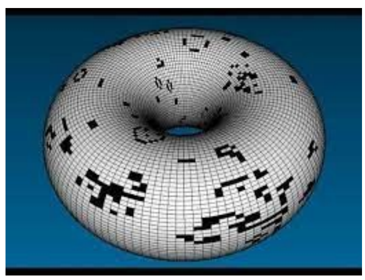
Type II : l'objet disparaît de la grille quelle que soit sa configuration d'arrivée au bord. Comme nous l'avons vu ci-dessus, cela entre en contradiction avec nos lois. Une première solution consiste à modifier ces lois sur le bord. C'est insatisfaisant car a priori incompatible avec notre notion de loi universelle. C'est pourtant un exemple de ce type de démarche qui est offert par la théorie MOND

due au physicien Mordehai Milgröm. Il modifie localement la gravitation pour être en accord avec les observations sur les vitesses de rotations des étoiles dans les galaxies spirales. Une autre idée est de supposer que ce bord n'est qu'une limite d'observation et que la grille se continue a priori à l'infini. Dans ce cas, en continuant d'appliquer nos lois, on explique complètement les observations. C'est évidemment un changement important de point de vue car on modifie profondément la vision de notre univers. C'est la simplicité de cette seconde solution, couplée au fait que les lois restent inchangées qui nous pousse à la préférer. Comme le remarque Sabine Hossenfelder, cette idée que les lois physiques doivent être belles et simples a conduit une grande partie de la physique du XXème siécle.

Type III : On observe la séquence des 5 itérations suivantes :



De nouveau, nos lois ne permettent pas d'expliquer les observations et une modification des lois au bord serait encore possible mais vraiment très compliquée. Une idée plus radicale est de supposer encore une fois nos lois vraies mais que l'univers que nous observons n'est pas une grille finie ou infinie, mais un tore, obtenu en recollant chacun des bords opposés. On remplace la complexité des lois sur le bord par une complexité géométrique sur l'espace dans lequel on évolue. La question de la « topologie cosmique » de notre univers



ainsi nommée par Jean-Pierre Luminet est une question actuelle et difficile car il faut déterminer les effets observables d'une topologie donnée par rapport à une autre. Sans les mathématiques, ces questions seraient difficilement intelligibles.

7 – La flèche du temps

Les univers de Conway possèdent une flèche du temps. Les lois ne sont pas réversibles. Si vous mettez le film de l'évolution d'une séquence à l'envers, vous noterez rapidement que ce n'est pas l'univers que vous connaissez. De ce point de vue, les univers de Conway sont différents du notre où la plupart des lois de la physique sont réversibles au niveau macroscopique alors que notre univers dans son entier est irréversible. On complète donc nos lois dynamiques par le second principe de la thermodynamique portant sur une quantité appelée entropie qui, comme le souligne Roger Penrose, ne peut pas se déduire des lois de la dynamique et constitue encore aujourd'hui un « profond mystère ».

7. Pour aller plus loin….

On peut continuer cette exploration des univers de Conway de bien des façons. On peut par exemple observer l'effet d'une modification des lois obtenues, de l'introduction d'une part de hasard, etc dans la richesse de l'univers observé et pourquoi pas étudier l'effet de ces lois sur des topologies d'univers plus complexes. On peut aussi étudier la classification des formes stables, etc. Toutes ces questions peuvent s'aborder sans mathématiques complexes et donner lieu à des réflexions intéressantes mêlant physique, biologie, chimie et mathématique.
Une dernière remarque : la présentation habituelle du jeu de la vie se fait en parlant de cellule « morte » ou « vivante » et les lois s'interprètent alors comme des conditions liées à la possibilité pour une cellule de se reproduire ou non et de naître. Cette vision n'est pas incompatible avec une présentation entièrement basée sur des propriétés de cases matérielles ou vides ayant certaines propriétés physiques car, comme souligné par Jean-Marie Lehn « La matière animée tout comme la matière inanimée, les organismes vivants ainsi que les matériaux, sont formés de molécules et d'ensembles organisés résultant de l'interaction des molécules entre elles ». Si des univers comme ceux de Conway sont aussi riches, nul doute que celui dans lequel nous vivons nous réserve encore bien des surprises.

Quelques références

Emile Borel, Hasard, Librairie Felix Alcan, 1928.
Albert Einstein, Comment je vois le monde, Edition Flammarion, 1979.
Erwin Schrödinger, Physique quantique et représentation du monde, Editions du seuil, 1992.
Louis de Broglie, Continu et discontiny en physique moderne, Editions Albin Michel, 1941.
Jean-Pierre Luminet, L'univers chiffonné, Editions Fayard, 2005.
Stephen Hawking, Leonard Mlodinow, Y a-t-il un grand architecte dans l'Univers ?, Editions Odile Jacob, 2014.
Roger Penrose, Les cycles du temps. Une nouvelle vision de l'Univers, Editions Odile Jacob, 2013.
Anouk Barberousse, Max Kistler, Pascal Ludwig, La philosophie des sciences au Xxème siécle, Editions Flammarion, 2000.
Jean-Marie Lehn, De la matière à la vie : chimie ? Chimie !, Conférence https://www.espace-sciences.org/conferences/mardis-de-l-espace-des-sciences/de-la-matiere-a-la-vie-chimie-chimie
Sabine Hossenfelder, Lost in Maths, Editions Les belles lettres, 2019.